

# マイクロ波工学の基礎

大阪大学教授 工学博士

牧 本 利 夫

大阪大学教授 工学博士

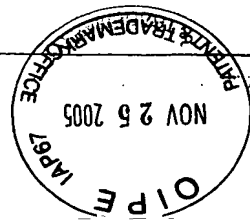
松 尾 幸 人

共 著



東京 廣 川 書 店 発 行

Best Available Copy



## § 2. マグネトロンの理論

## (1) 電子軌道

マグネトロンの陰極半径を  $r_0$ 、陽極半径を  $r_a$  とし、その断面の座標を図 10.5 のようにとり、磁界  $B$  は紙面に垂直に紙面より読者の向き、すなわち正の  $z$  方向に与えられているものとする。陽極には電圧  $V_a$  が与えられるが、これによる電界は半径方向の成分のみで円周方向および  $z$  軸方向の変化はない。さてこの空間における電子の運動方程式は (6.19) 式より次のようになる。

$$m \frac{d^2 x}{dt^2} = eE_x + eB \frac{dy}{dt} \quad (10.1)$$

$$m \frac{d^2 y}{dt^2} = eE_y - eB \frac{dx}{dt} \quad (10.2)$$

$$m \frac{d^2 z}{dt^2} = 0 \quad (10.3)$$

ここで初速度を考えなければ  $z$  方向の運動はなく、 $xy$  平面内の運動のみを考慮すればよい。したがって (10.1), (10.2) 式のみが有用である。 $E_x, E_y$  はそれぞれ  $x, y$  方向の電界を表わし、 $V$  を任意の点における電位とすれば

$$E_x = -\frac{\partial V}{\partial x}, \quad E_y = -\frac{\partial V}{\partial y} \quad (10.4)$$

で与えられる。(10.1), (10.2), (10.4) 式より

$$\frac{d^2 x}{dt^2} + j \frac{d^2 y}{dt^2} + j \frac{eB}{m} \left( \frac{dx}{dt} + j \frac{dy}{dt} \right) + \frac{e}{m} \left( \frac{\partial V}{\partial x} + j \frac{\partial V}{\partial y} \right) = 0 \quad (10.5)$$

また、

$$z = x + jy, \quad z^* = x - jy \quad (10.6)^{\dagger}$$

とおけば (10.5) 式は次のようになる。

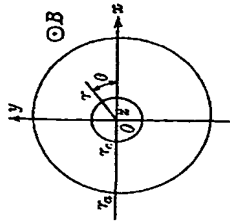


図 10.5

マグネトロンの座標

<sup>†</sup> 座標の  $z$  軸は考慮しなくてよいので、 $z$  は今後は  $xy$  平面上の任意の点を表わす複素数として用いることにする。

$$\frac{d^2 z}{dt^2} + j \frac{eB}{m} \frac{dz}{dt} + \frac{2e}{m} \frac{\partial V}{\partial z} = 0 \quad (10.7)$$

電位  $V$  が次のような拋物線電位

$$V = \frac{r^2 - r_0^2}{r_a^2 - r_0^2} V_a = \frac{z z^* - r_0^2}{r_a^2 - r_0^2} V_a \quad (10.8)$$

で与えられる時には (10.7) 式は一般的に求めることができる。(10.7), (10.8) 式より

$$\frac{d^2 z}{dt^2} + j \frac{eB}{m} \frac{dz}{dt} + \frac{2e}{m} \frac{V_a}{r_a^2(1-\sigma^2)} z = 0, \quad (10.9)$$

$$\sigma = r_0/r_a. \quad (10.10)$$

(10.9) 式のごとき線型微分方程式の解は

$$z = \hat{R}_1 e^{a_1 t} + \hat{R}_2 e^{a_2 t} \quad (10.11)$$

となり、 $\hat{R}_1, \hat{R}_2$  は複素数で  $a_1, a_2$  は

$$p^2 + j \frac{eB}{m} p + \frac{2e}{m} \frac{V_a}{r_a^2(1-\sigma^2)} = 0$$

の根である。すなわち

$$a_1 = -j \frac{eB}{2m} \left\{ 1 \pm \sqrt{1 + \frac{8m}{eB^2} \frac{V_a}{r_a^2(1-\sigma^2)}} \right\}. \quad (10.12)$$

いま

$$B_c^2 = -\frac{8m}{e} \frac{V_a}{r_a^2(1-\sigma^2)} \quad (10.13)$$

とおけば (10.12) 式は次のようになる。ここで  $B_c$  は後述のように臨界磁界である。

$$\begin{aligned} \frac{a_1}{a_2} &= -j \frac{eB}{2m} \left\{ 1 \pm \sqrt{1 - \left( \frac{B_c}{B} \right)^2 (1-\sigma^2)} \right\} = j \frac{Q_1}{Q_2} \\ Q_1 &> Q_2 \end{aligned} \quad (10.14)$$

したがって (10.11) 式は次のようになる。

$$\begin{aligned} z &= \hat{R}_1 e^{Q_1 t} + \hat{R}_2 e^{Q_2 t} \\ &= R_1 e^{(Q_1 t + \theta_1)} + R_2 e^{(Q_2 t + \theta_2)} \\ &= \{ R_1 \cos(Q_1 t + \theta_1) + R_2 \cos(Q_2 t + \theta_2) \} + j \{ R_1 \sin(Q_1 t + \theta_1) + R_2 \sin(Q_2 t + \theta_2) \}. \end{aligned} \quad (10.15)$$

したがって、 $x, y$  は

$$\begin{aligned} x &= R_1 \cos(Q_1 t + \theta_1) + R_2 \cos(Q_2 t + \theta_2), \\ y &= R_1 \sin(Q_1 t + \theta_1) + R_2 \sin(Q_2 t + \theta_2) \end{aligned} \quad (10.16)$$

となり、電子軌道は二つの等角速度の円運動を合成した運動で表わされることが判る。い

ま、時刻  $t=0$  で電子が陰極面上の任意の点  $z=r_0 e^{i\theta_0}$  を初速度  $dz/dt=0$  で出発するものとすれば (10.11) 式よりこれらの初期条件をいれることにより

$$R_1 = \frac{\Omega_1}{\Omega_1 - \Omega_2} r_0 e^{i\theta_0} = \frac{\Omega_1}{\Omega_1 - \Omega_2} r_0 e^{i(\theta_0 - \omega t)} \quad (10.17)$$

$$R_2 = \frac{\Omega_2}{\Omega_1 - \Omega_2} r_0 e^{i\theta_0}$$

が得られ、(10.14) 式より  $\Omega_1 > \Omega_2$  であるから  $R_2 > R_1$  となる。したがってこの場合の電子軌道は図 10.6 のように中心  $O$  の周囲を大なる半径  $R_2$  で  $\Omega_2$  の角速度でゆっくり運動する  $C$  点と、この  $C$  点を中心として小なる半径  $R_1$  で  $\Omega_1$  の角速度でより早く回転する  $P$  点を考える時、この  $P$  点の軌跡が電子の軌道となる。ここで  $C$  点の緩やかな運動を周回運動と呼び、 $C$  点の周りの速やかな運動を旋回運動と呼んでいる。この二つの運動の振幅  $R_1$  と  $R_2$  の大ききによって電子の軌道は異なってくる。

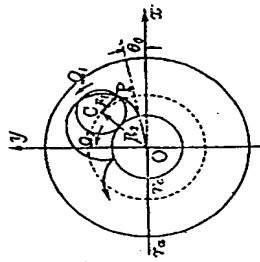


図 10.6

電位分布が拋物線分布とし  $l=0$  で  $z=r_0 e^{i\theta_0}$  なる陰極面を初速度 0 で出発した場合の電子軌道

(10.16) 式のような運動をする電子の全エネルギーを  $E$  とすると、これは周回運動エネルギー  $mR_2^2\Omega_2^2/2$ 、旋回運動エネルギー  $mR_1^2\Omega_1^2/2$  ならびに位置のエネルギー

$$(1 - (R_2^2 - r_0^2)/(r_0^2 - r_c^2)) |e| V_0 = ((r_0^2 - R_2^2)/(r_0^2 - r_c^2)) |e| V_0$$

の和として与えられる。したがって (10.13)、(10.14) 式を用いて変形すると

$$\begin{aligned} E &= \frac{m}{2} (R_1^2 \Omega_1^2 + R_2^2 \Omega_2^2) + \frac{r_0^2 - R_2^2}{r_0^2 - r_c^2} |e| V_0 \\ &= \frac{m}{2} R_1^2 \Omega_1^2 + \frac{m}{2} R_2^2 \left( \Omega_2^2 - \left( \frac{eB}{2m} \right)^2 \left( \frac{B_c}{B} \right)^2 (1 - \sigma^2) \right) + \frac{|e| V_0}{1 - \sigma^2} \\ &= \frac{m}{2} R_1^2 \Omega_1^2 - \frac{m}{2} R_2^2 \Omega_1 (\Omega_1 - \Omega_2) + \frac{|e| V_0}{1 - \sigma^2} \end{aligned} \quad (10.18)$$

となる。ここで注意すべきは、第2項は  $\Omega_1 > \Omega_2$  であるから負となることである。したがって  $R_1$  が一定で  $R_2$  が増減すれば電子の全エネルギーは減増となる。換言すれば、周回運動の振幅  $R_2$  が増すと周回運動エネルギーは増すがそれ以上に位置のエネルギーが減少することを意味する。このことはマグネトロンの発振機構を考える場合にきわめて重要な意味を持っている。

## (2) 発振機構

マグネトロン内の静電位分布が拋物線ポテンシャルで与えられるときには、電子は  $\Omega_1$ ,  $\Omega_2$  なる角速度をもって運動する二つの周期的運動を合成した軌道をとることが判ったが、電子の周期運動が外部回路へ電気振動を誘起するには、個々の電子の位相がある程度そろって電子が空間電荷の固まりとなって運動することが必要である。個々の電子が周回運動をしていても、めいめい勝手な位相で運動していたのでは外部回路に対する影響は打ち消して電気振動を誘起しない。すなわち電子の位相の集束 (phase focusing) が必要である。この位相集束された運動電子が外部回路にエネルギーを供給して、外部回路の振動を助長するように作用すればその振動が損失を補償しつつ継続することになる。この場合に電子の位相を集束する原因となるのは外部回路に偶発的な衝撃で起こった電気振動である。

外部回路に起こった電気振動は一般には微弱なものであるが、この振動の角速度  $\omega$  が  $\Omega_1$  または  $\Omega_2$  に一致した場合には共振現象によって振幅  $R_1$  または  $R_2$  は限りなく大きくなる。したがって電子は (10.16) 式より最初陰極付近にあったものも次第に半径方向に拡がって邊には陽極に到達する。

ここで重要なことは  $\Omega_2$  なる角周波数の運動は負のエネルギーを有し、 $\Omega_1$  なる角周波数の運動は正のエネルギーを有していることである。 $\omega = \Omega_1$  のときには共振によって振幅は増大しそれだけエネルギーは増加する。すなわち外部回路のエネルギーは角周波数  $\Omega_1$  の電子運動を助長するために用いられるので回路の振動は減衰してしまう。これに反して  $\omega = \Omega_2$  の場合には、共振によって振幅  $R_2$  は増大し、それだけエネルギーの絶対値は増大するが、このエネルギーは外部回路に与えられることになり回路の振動は助長されることになる。結論として外部回路に振動を誘起するには、回路に起こっている振動の角周波数  $\omega$  が  $\Omega_2$  に等しいことが必要で、 $\omega$  が  $\Omega_1$  に等しい場合には回路の振動は消滅してしまう。

次に電子が位相集束される様子を図 10.7 の二分割陽極マグネトロンについて考察してみる。外部回路に振動が無い場合には静電位線は同心円をなしているから、電子は静電位線に沿って運動し振幅  $R_2$  は変わらないが、図 10.7 のように外部に振動がある場合には電子が変わってくる。すなわち陽極片  $A$  が  $B$  よりも低電位にあ

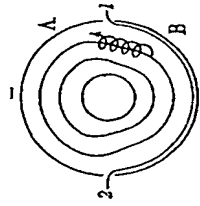


図 10.7

二分割陽極マグネトロンの電子群の位相集束

る場合には、等電位線は同心円とならず図示のごとく低電位A側に突出した形となる。したがってこの瞬間に両陽極の間隙1を通る電子は外側に引っ張られ、逆に間隙2を通る電子は内側に追い込まれる。それゆえ、間隙1を通る電子の振幅  $R_1$  は増大し、間隙2を通る電子の振幅  $R_2$  は減少する。間隙1で  $R_1$  を増大した電子が間隙2に通する間に外部の電気振動の位相は変化するが、間隙以外の処ではだいたいにおいて等電位線は円弧に近いから  $R_1$  は変化しない。 $\omega = \Omega_1$  が成立しているときには電子が間隙2に到達する時には電気振動も半周期経過しているの、今度は逆に陽極片BがAより低電位となり、したがって間隙2で再び  $R_1$  は増大し、初め間隙2にあった電子は間隙1で再び  $R_1$  を減少する。前者がいわゆる善電子で振動に参与するものであり、後者が悪電子で振動にあずからないものである。

いま、外部の電気振動の最大になった瞬間を考え、陽極片AがBより低(高)電位にあるとすると右(左)半分にある電子は間隙を通すごとに振幅  $R_1$  を増大し、左(右)半分にある電子は間隙を通すごとに振幅  $R_1$  を減少する。したがってこの最大の電気振動の瞬間に右(左)半分にある電子は善電子で左(右)半分にあるものは悪電子である。しかし悪電子はいつまでも悪電子のまままで振幅  $R_1$  を減少するばかりではなくいつかは善電子の仲間入りをして  $R_1$  を増大するようになる。以上のように  $\omega = \Omega_1$  が成立しているとき、電気振動が最大で陽極片AがBより低(高)電位にある瞬間には、常に右(左)の間隙に電子が集まるように電子の位相がそろってくる。そしてこれらの電子の集まりは  $\Omega_1$  の角速度で管内を周回している。このような電子の集まりを回転電子極(rotating electron pole)と呼んでいる。

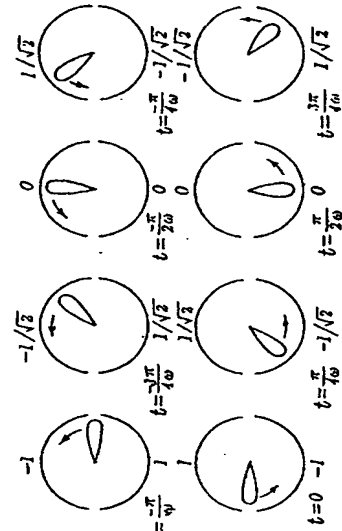


図 10.8 二分割陽極マグネトロンの電子極の回転

図 10.8 は回転電子極の回転の様子を図示したものである。電子極は負の電荷をもってゐるので、静電誘導により電子極が接近する電極には正の電荷を、遠ざかるときには負の電荷を生ずる。したがって図10.9より明らかに、陽極の電位が増大しつづつあるときには正の電荷を減少しつづつあるときには負の電荷を誘導し、このようにして電気振動の振幅は電子極の回転によって増大し振動は助長されていくのである。

### (3) B型振動(進行波型振動)

次に多分割陽極マグネトロンの場合の発振条件を一般的に求めてみよう。いま図 10.9 のように多分割(分割数  $N$ ) マグネトロンを考え、一つの陽極間隙の高周波電圧と次の陽極間隙の高周波電圧との間には順次に位相差があって、陰極と陽極との間の作用空間(interaction space)内に回転交流電界を作っている。隣接分割片の間の位相差を  $\varphi$  とすれば一周することによって  $N\varphi$  の位相推移がある。円筒陽極では、出発点と終点とは同一の分割片にもどるので、一周する位相推移  $N\varphi$  は  $2\pi$  の整数倍でなければならない。すなわち

$$\varphi = \frac{2\pi n}{N}, \quad n=0, 1, 2, \dots, N/2. \quad (10.19)$$

$n=N/2$  のときには  $\varphi=\pi$  となりこの振動を  $\pi$  モードと呼んでいる。図 10.9 は  $\pi$  モードの場合を示したものである。

電子の周回角速度は  $\Omega_1$  であるから作用空間を一周するには  $2\pi/\Omega_1$  の時間を必要とし、相隣接する陽極間隙間を電子が通過する時間  $\tau$  は

$$\tau = \frac{2\pi}{N\Omega_1} \quad (10.20)$$

となる。電子の回転方向と電界の回転方向とが同一方向であるときは、隣接陽極間隙間で電子が経験する電界の位相差は  $\omega\tau - \varphi$  である。したがってこの位相差が  $2\pi$  の整数倍に等しいときに、電子は各陽極間隙で同一位相で遭遇することになる。したがって

$$\omega\tau - \varphi = 2\pi p, \quad p=0, \pm 1, \pm 2, \dots \quad (10.21)$$

となる。(10.19), (10.20), (10.21) 式より

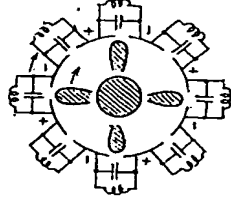


図 10.9

多分割陽極マグネトロン  
( $N=8$ ) の  $\pi$  モード動作

$$\omega = \left( p + \frac{\pi}{N} \right) N |Q_2| Q_2 \quad (10.22)$$

$$k = \left( p + \frac{\pi}{N} \right) N. \quad (10.23)$$

(10.22) 式は共振周波数と電子の周回角速度との関係を示し、それは (10.23) 式より無数の値をとりうるがその値により振動モードが異なってくる。最も一般に用いられているのは  $p = \pi$  の  $\pi$  モードで、このときは  $k$  は次のようになる。

$$k = \left( p + \frac{1}{2} \right) N. \quad (10.24)$$

図 10.10 は隣接分割片の間の位相

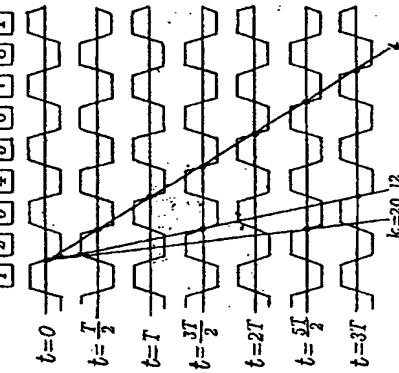


図 10.10

$\pi$  モードにおける 1 周期ごとの電位分布。  $k=4$ ,  $12, 20, \dots$  は都合のよい位相で進む電子の運動の相互作用が最も密接に行なわれる場合である。電子速度が電界の回転速度よりも速い場合、たとえば  $p=1$  のときには  $k=12$  のようになり、電子が隣接間隙間を通過するのに高周波は一周期半変わっている。  $p=2$  のときには  $k=20$  となり図示のようになる。電子速度が電界よりも速い場合にもエネルギー授受の可能性はある。前節で述べた二分割極極の場合には  $\pi$  モードで  $p=0$  の場合である。

#### (4) 動作直線

図 10.6 より電子軌道の最大半径  $r_{\max}$  が極半径  $r_0$  に等しくなった場合には

$$r_{\max} = r_0 = R_1 + R_2$$

$$= \frac{Q_1 + Q_2}{Q_1 - Q_2} r_0$$

$$= \frac{r_0}{\sqrt{1 - \frac{8m}{|e|B^2} \frac{V_a}{r_0^2(1-\sigma^2)}}} \quad (10.25)$$

となり、電子が上式で与えられる  $B$  以上になると磁極に到達しないことになる。これが前述の臨界磁界でこれを  $B_c$  とすれば

$$B_c^2 = \frac{8m}{|e|} \frac{V_a}{r_0^2(1-\sigma^2)}$$

となり、(10.13) 式で与えられた磁界は臨界磁界を表わしていたことになる。  $r_0$  を cm で、  $V_a$  を volt で、  $B_c$  を gauss で表わせば

$$B_c = \frac{6.72}{r_0(1-\sigma^2)} \sqrt{V_a} \quad (10.26)$$

となり  $B_c$  と  $V_a$  との関係は拋物線となる。

さて、分割極磁マグネトロンの共振条件は、(10.22) 式で与えられるが、一般に  $p=0$  の場合が用いられるので、  $\omega = n\Omega_2$  とすれば

$$\frac{\omega}{n} = \frac{|e|B}{2m} \left\{ 1 - \sqrt{1 - \frac{8m}{|e|B^2} \frac{V_a}{r_0^2(1-\sigma^2)}} \right\}$$

となる。  $\lambda$  を波長としてこれより  $V_a$  を求めると次のようになる。

$$V_a = \frac{\pi c r_0^2 (1-\sigma^2)}{n\lambda} \left( B - \frac{2\pi c m}{|e| n \lambda} \right). \quad (10.27)$$

$r_0, \lambda$  を cm で、  $B$  を gauss で表わせば、volt で表わした  $V_a$  は

$$V_a = \frac{942 r_0^2 (1-\sigma^2)}{n\lambda} \left( B - \frac{10650}{n\lambda} \right) \quad (10.28)$$

となる。(10.28) 式は電位分布が (10.8) 式のように半径の自乗に比例した場合の動作直線を与える式である。

次に仕事とエネルギーの関係から出発しても同じような結果が得られる。すなわち円周座標  $r, \theta$  において運動方程式は  $F_r, F_\theta$  を  $r, \theta$  の正方向の力の成分とすると

$$m \left\{ \frac{d^2 r}{dt^2} - r \left( \frac{d\theta}{dt} \right)^2 \right\} = F_r, \quad \frac{d}{dt} \left( m r^2 \frac{d\theta}{dt} \right) = r F_\theta \quad (10.29)$$

となる。上式より第 1 式に  $dr/dt$ 、第 2 式に  $d\theta/dt$  をかけて加えると仕事とエネルギーの関係式が次のように得られる。

(10.10) 式を代入する。

$$\frac{d}{dt} \left\{ \frac{1}{2} m \left[ \left( \frac{dr}{dt} \right)^2 + r^2 \left( \frac{d\theta}{dt} \right)^2 \right] \right\} = F_r \frac{dr}{dt} + F_\theta r \frac{d\theta}{dt}. \quad (10.30)$$

静止座標系では力の成分は時間とともに変化するが、高周波電界と同一速度で回転している系ではこれらの成分は時間に無関係となる。したがって (10.30) 式を回転座標系における式に変換しよう。いま座標系が角速度  $\Omega_3$  で回転しているとすれば、 $n$  モードで動作しているときには  $\Omega_1 = \omega/n$  となる。なぜなら  $n$  は極値周辺の波長数であるから、高周波電界すなわち座標系は高周波周期  $T$  の間に  $2\pi/n$  だけ進み、角速度  $\Omega_3$  は  $\Omega_3 = \frac{2\pi}{nT} = \omega/n$  となる。いま  $\theta' = \theta - \Omega_3 t$  なる回転座標系を (10.29) 式に用い、 $dr/dt$ ,  $d\theta'/dt$  をおのおの果して加えると

$$\frac{d}{dt} \left\{ \frac{1}{2} m \left[ \left( \frac{dr}{dt} \right)^2 + r^2 \left( \frac{d\theta'}{dt} \right)^2 \right] \right\} = F_r \frac{dr}{dt} + F_\theta r \frac{d\theta'}{dt} + \frac{d}{dt} \left( \frac{1}{2} m \Omega_3 r^2 \right) \quad (10.31)$$

となる。この式は回転座標系における仕事とエネルギーの関係式である。いま、 $z$  軸方向に磁界  $B$  のみがあるとしてこの磁界の影響を考えてみる。この場合、力の成分は (6.20) 式より  $F_r = eBr \frac{d\theta}{dt}$ ,  $F_\theta = -eB \frac{dr}{dt}$  となるから、これらを (10.31) 式に代入すると右辺は

$$\frac{d}{dt} \left( \frac{1}{2} m \Omega_3 r^2 + \frac{1}{2} e B \Omega_3 r^2 \right) = \frac{d}{dt} \left[ \frac{1}{2} (m \Omega_3^2 + e B \Omega_3) r^2 \right]$$

となることが判る。

一方、(10.29) 式の第2式を回転座標系で示すと次のようになる。

$$\frac{d}{dt} \left( m r^2 \frac{d\theta'}{dt} \right) = \frac{d}{dt} \left( -\frac{e B r^2}{2} - m \Omega_3 r^2 \right). \quad (10.32)$$

さて、電子に磁界に重畳して電界が与えられた場合を考察する。この電界は直流電界、加えられた高周波電界および空間電荷により生ずる高周波電界よりなるが、回転座標系ではこの合成電界は時間には無関係となる。この電界による力を  $F'$  とすれば、仕事とエネルギーとの関係式 (10.31) 式、および (10.32) 式は次のように表わされる。

$$\frac{d}{dt} \left\{ \frac{1}{2} m \left[ \left( \frac{dr}{dt} \right)^2 + r^2 \left( \frac{d\theta'}{dt} \right)^2 \right] \right\} = F_r' \frac{dr}{dt} + F_\theta' r \frac{d\theta'}{dt} + \frac{d}{dt} \left[ \frac{1}{2} (m \Omega_3^2 + e B \Omega_3) r^2 \right], \quad (10.33)$$

$$\frac{d}{dt} \left( m r^2 \frac{d\theta'}{dt} \right) = r F_\theta' + \frac{d}{dt} \left[ \left( -\frac{e B}{2} - m \Omega_3 \right) r^2 \right]. \quad (10.34)$$

マグネトロンでは  $F_\theta' = 0$  となる。また電子は  $r = r_c$  の陰極表面を零速度で飛び出し、

$r = r_c$  の極値面に  $dr/dt = 0$  で飛び込む状態が前述のように臨界点である。このような場合は明らかに  $\Omega_3 = 0$  で静止座標系を用いることになり、(10.34) 式を用いて

$$m r^2 \frac{d\theta}{dt} = -\frac{e B}{2} (r^2 - r_c^2) \quad (10.35)$$

が得られる。また、(10.33) 式を時間に対して積分し、上式を用いると

$$\frac{1}{2} m \left[ \left( \frac{dr}{dt} \right)^2 + r^2 \left( \frac{e B}{2m} \right)^2 \left( 1 - \frac{r_c^2}{r^2} \right)^2 \right] = \int_{r_c}^r F_r dr$$

となる。 $r = r_c$  で  $dr/dt = 0$  となり、かつ極値の電圧を  $V_0$  とすれば上式より

$$-e V_0 = \frac{m}{8} \left( \frac{e B}{m} \right)^2 r_c^2 \left( 1 - \frac{r_c^2}{r_c^2} \right)^2 \quad (10.36)$$

となって (10.13) 式の臨界磁界の式と一致する。働作直線を与える式は次のようにして求められる。陰極においては前述のように零速度で電子は飛び出し、陽極には電子は  $dr/dt$  のきわめて小さい値で、かつ  $d\theta'/dt = 0$  で到達すると仮定すると、(10.33) 式より

$$\frac{m}{2} \left[ \left( \frac{dr}{dt} \right)^2 + r^2 \left( \frac{d\theta'}{dt} \right)^2 \right] = \int_{r_c}^r F_r dr + \frac{m}{2} \Omega_3^2 r^2 + \frac{1}{2} e B \Omega_3 (r^2 - r_c^2).$$

$r = r_c$  では右辺は0となるから  $\Omega_3 = \omega/n = 2\pi c/(n\lambda)$  を用いて

$$\begin{aligned} V_0 &= \frac{1}{2} B \Omega_3 (r_c^2 - r_c^2) + \frac{m}{2c} \Omega_3^2 r_c^2 \\ &= \frac{\pi c}{n\lambda} r_c^2 (1 - \sigma^2) \left\{ B - \frac{m}{|e|} \frac{2\pi c}{n\lambda} \frac{1}{1 - \sigma^2} \right\} \\ &= \frac{942 r_c^2 (1 - \sigma^2)}{n\lambda} \left( B - \frac{10650}{n\lambda (1 - \sigma^2)} \right) \end{aligned} \quad (10.37)$$

が得られる。これはハートレ (Hartree) 直線と呼ばれ

(10.28) 式とわずかに異なっている。図 10.11 は

(10.26) 式、あるいは (10.36) 式で表わされる臨界曲

線と、(10.28) 式より得られる働作直線、および

(10.37) 式より得られるハートレ直線を示したものと

である。同図で横軸は磁界強度、縦軸は極値電圧を表

わしている。このように表わせば臨界曲線は拋物線と

なり、働作直線はこれと二点で交わるが、ハートレ直

線は一点  $B_{0H}$  で交わり、その値は

$$B_{0H} = \frac{2m}{|e|} \frac{\Omega_3}{(1 - \sigma^2)} = \frac{21400}{n\lambda (\text{cm}) (1 - \sigma^2)} \text{ gauss} \quad (10.38)$$

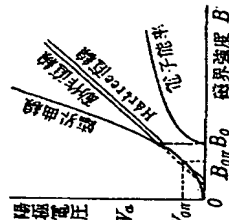


図 10.11

マグネトロンの働作図

となり、これを境界磁界強度と呼んでいる。これに相当する電圧  $V_{0H}$  は

$$V_{0H} = \frac{1}{2} \frac{m}{|e|} \Omega^2 r_0^2 = 10.08 \times 10^4 \frac{r_0^2}{n^2 \lambda^2} \text{ volt} \quad (10.39)$$

となつて、これを限界陽極電圧と呼んでいる。これらの項で境界磁界の式、およびハート直線の式を改めると

$$\text{境界磁界式: } \frac{V_a}{V_{0H}} = \left( \frac{B}{B_{0H}} \right)^2, \quad (10.40)$$

$$\text{ハート直線式: } \frac{V_a}{V_{0H}} = 2 \frac{B}{B_{0H}} - 1. \quad (10.41)$$

動作直線と境界曲線とは上述のように二点で交わるが、右側の交点の磁界を  $B_0$  とすると

$$B_0 = \frac{4\pi mc}{|e| n \lambda (1-\sigma)} = \frac{21400}{n \lambda (1-\sigma)} \text{ gauss} \quad (10.42)$$

となる。 $B_0$  より小さい磁界では電子は陽極にとられ周回しないので発振は起こらない。

電子の周回速度と高周波電界の回転速度とが同期すると、電子は回路にエネルギーを与えて周回半径  $R_0$  は大きくなり陽極にとられるが、このときの電子のもつ運動エネルギーは半徑方向の速度が円周方向の速度に比して小さいとしてこれを無視すると

$$\frac{m}{2} ((v_a - R_0)\Omega_0 + R_0\Omega_0)^2 = \frac{m}{2} r_0^2 (1+\sigma)\Omega_0^2$$

となる。電子が陰極表面を出現するときに有する位置エネルギーは  $|e|V_0$  であるから、電子能率  $\eta$  として次のように定義され計算することが出来る。

$$\eta = \frac{|e|V_0 - \frac{m}{2} r_0^2 (1+\sigma)\Omega_0^2}{|e|V_0} = 1 - \frac{1+\sigma}{2B} \frac{1+\sigma}{B_0} \quad (10.43)$$

図 10.11 には  $\eta$  と  $B$  との関係も図示されている。また最適な陽極の半径比は

$$\sigma = \frac{r_0}{r_a} = 0.85 - \frac{3.83}{N} \quad (10.44)$$

で与えられている。

### § 3. マグネトロンの共振回路

#### (1) 共振回路の種々の型

マグネトロンでは種々の共振回路が用いられ、その共振回路によってマグネトロンの分

類することもあるが、現在では一般に次の型の共振回路が主として用いられているようである。すなわち、

- (a) 旭日型 (slot type)
- (b) 梅鉢型 (hole and slot type)
- (c) 扇型 (vane type)
- (d) 隣型 (risingsun type)

などが用いられ図 10.12 にその陽極の形を示す。また分割数についても種々のものがある。

が、これは波長と磁束密度または陽極

電圧の値などから定められる。すな

わち前述の (10.22) 式で示すように陽

極の分割数を同一とすると、高い周波

数の発振を得るには電子の周回角速度

を早くする必要がある。電子の周回角

速度を大きくするには (10.14) 式で高

い磁界と高い陽極電圧が必要でこれは

実用化に際して不利である。したがっ

てこれを選けるためには分割数  $N$  をある程度大きくしなければならぬ。

図 10.12 の (a), (b), (c) の型では各共振回路が相互に全く結合がなく、個々の共振回路の共振周波数が全部等しいとすれば、全体の共振周波数は個々の共振周波数と一致するはずである。しかし実際には各共振回路間に電磁結合や静電結合があるので、全体の共振周波数が多数の異なる値に分れる。また共振モード数  $n$  により隣接分割片間の位相差は (10.19) 式のように変わるで、結合状態が変わって共振周波数が変化することになる。共振モード数が変わると発振条件が異なるが、隣接したモードの動作状態が余り変わらないときには、動作点のわずかな変化により発振モードの飛躍を生じて動作が著しく不安定になる。一般に  $\pi$  モードの発振が能率の良いことが判っているので、 $\pi$  モードを他のモードから分離することが必要となってくる。これを  $\pi$  モード分離 ( $\pi$ -mode separation) と呼んでいる。その方法として、図 10.12 (f) のごとく陽極片を導体の均圧環 (strap) で接続し多数の共振回路が固定した位相関係で振動するようにすればよい。すなわち二個の均圧環はそれぞれ一つおきの陽極片に結合しているから、一つおきの陽極片の電位は同位。相で振動するように強制される。今一つの方法は同図 (d), (e) のような隣型陽極である。

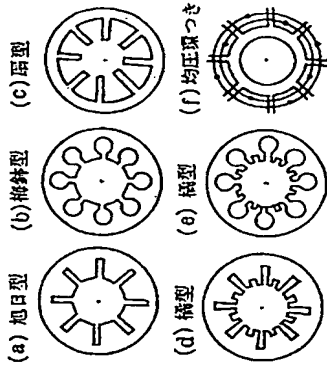


図 10.12 マグネトロンの種々の陽極

マイクロ波工学の基礎・奥付

著者承認  
検印省略

定価 ¥ 1,300.-

共著者	牧 松	夫 人	昭和39年4月20日	初版印刷
発行者	廣 川 節 男	東京都文京区本郷3丁目27-14	昭和39年4月30日	初版発行
監版所	鈴 山 堂 監 版 所	東京都新宿区新小川町2-203	昭和41年3月15日	2版発行
印刷所	新日本印刷株式会社	東京都墨田区南千代2-27	昭和42年6月10日	3版発行
			昭和43年5月31日	4版発行
			昭和44年2月25日	5版発行

発行所 株式会社 廣 川 書 店

東京都文京区(本郷局区内)本郷3丁目27番14号

電話 東京 814-5561 (代表)

振替 東京 82694 番

自然科学書協会員・高専教科書協会員

Hirokawa Publishing Co.

27-14, Hongô-3, Bunkyo-ku, Tokyo